اعداد:صفاء متعب





اعـداد

صفاء متعب

ملزمة اسياسيات في الرياضيات
يحتاجها الطالب في كافة المراح

(المتوسطة+الاعدادية)

الأستاذ الباردة :صفاء مكعب

ملاحظات عند عملية الجمع

أولاً : أذا كانت الاشارات **متشابه** نضع نفس **الاشارة** ثم نقوم بعملية **الجمع**

مثال : جد ناتج ما يأتي

① $^{-}2 + ^{-}3 = ^{-}5$

② $^{-}11 + ^{-}6 = ^{-}17$

③ $^{+}33 + ^{+}20 = ^{+}53$

ثانياً : أذا كانت الاشارات **مختلفة** نضع **إشارة** الرقم الاكبر ثم نقوم بعملية **الطرح**

مثال : جد ناتج ما يأتي

① $^{-}2 + ^{+}10 = 1$

② $^{+}12 + ^{-}20 = ^{-}8$

③ $4 + ^{-}6 = ^{-}2$

④ $9 = +9$

ملاحظة : أذا لم يضع إشارة أمام الرقم تكون اشارة هذه العدد موجب

① $6 - 10 = ^{-}4$

② $10 - 15 = ^{-}5$

ملاحظة : كل رقم صغير يطرح من رقم كبير تكون اشارة الناتج سالب ثم نطرح العدين

استاذ المادة :صفاء متعب

ملاحظة

أذا كان في السؤال أكثر من عددين وبينهما عملية جمع أو طرح نقوم بوضع الارقام المتشابه بالإشارة ثم نجمع بينهما وبعدها نطرحمها من الرقم المختلف في الإشارة

مثال/جد ناتج ما يأتي

① $-2 +3 -31$

$= -2 - 31 + 3 = -33 + 3 = ^{-}30$

② $-6 + 7 - 10 + 4 - 5$

$= -6 - 10 - 5 + 7 + 4$

$= -21 + 11$

$= ^{-}10$

الصفر ليس عدد موجب ولا عدد سالب يعتبر عنصر محايد

العدد الاولي : هو العدد الذي يقبل القسمة على واحد ونفسة فقط

الأعداد الصحيحة (Z) تشمل الاعداد السالبة والموجبة والصفر (+ , 0 , -)

الأعداد الطبيعية (N) تشمل الاعداد الموجبة والصفر فقط (+ , 0)

ملاحظة : كل (رقم) يطرح من (صفر) اي رقم نضع إشارة السالب ثم الرقم

مثال/ جد ناتج ما يأتي

① $0 - 9 = {}^{-}9$ ② $0 - 10 = {}^{-}10$ ③ $0 - 121 = {}^{-}121$

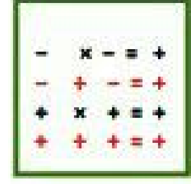
ملاحظة : أذا كان العددين متشابهين ومختلف بالإشارة يكون الناتج يساوي (صفر)

مثال / جد ناتج ما يأتي

① $-12 + 12 = 0$ ② $54 - 54 = 0$ ③ $-66 + 66 = 0$

ملاحظات : عند عملية الضرب والقسمة بين الاشارات

أولاً : عند عملية ضرب أو قسمة عددين متشابهين في الاشارة يكون الناتج موجباً



مثال: جد ناتج ما يأتي

① ${}^{-}2 \times {}^{-}6 = {}^{+}12$ ② ${}^{-}5 \times {}^{-}3 = 15$ ③ ${}^{-}4 \times {}^{-}10 = 40$

④ $-9 \div -3 = 3$ ⑤ $\frac{-20}{-4} = \frac{-20}{-4} = 5$ ⑥ $4 \times 5 = 20$

ملاحظة : كل (رقم) يطرح من (صفر) اي رقم نضع إشارة السالب ثم الرقم ..

مثال/جد ناتج ما يأتي

① $0 - 9 = {}^{-}9$ ② $0 - 10 = {}^{-}10$ ③ $0 - 121 = {}^{-}121$

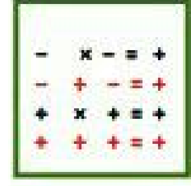
ملاحظة : أذا كان العددين متشابهين ومختلف بالإشارة يكون الناتج يساوي (صفر)

مثال / جد ناتج ما يأتي

① $-12 + 12 = 0$ ② $54 - 54 = 0$ ③ $-66 + 66 = 0$

ملاحظات : عند عملية الضرب والقسمة بين الاشارات

أولاً : عند عملية ضرب أو قسمة عددين متشابهين في الاشارة يكون الناتج موجباً



مثال: جد ناتج ما يأتي

① ${}^{-}2 \times {}^{-}6 = {}^{+}12$ ② ${}^{-}5 \times {}^{-}3 = 15$ ③ ${}^{-}4 \times {}^{-}10 = 40$

④ $-9 \div -3 = 3$ ⑤ $\frac{-20}{-4} = \frac{-20}{-4} = 5$ ⑥ $4 \times 5 = 20$

ثانياً : عند عملية ضرب أو قسمة عددين مختلفين في الاشارة يكون الناتج سالباً

−	×	+	=	−
−	÷	+	=	−
−	×	+	=	−
+	÷	−	=	−

مثال : جد ناتج ما يأتي

① $^{-}4 \times +3 = {}^{-}12$ ② $10 \times {}^{-}5 = {}^{-}50$ ③ $^{-}10 \div 2 = {}^{-}5$

④ $\frac{20}{-4} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{-1}{\cancel{-4}}} = -5$

ملاحظة : عند القسمة $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$

(1) عند القسمة وكان البسط اكبر من المقام يكون الناتج = أما يكون عدد صحيح او يكون عدد صحيح مع باقي

① $\frac{35}{7} = \frac{\overset{5}{\cancel{35}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} = 5$ ② $\frac{20}{-4} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{-1}{\cancel{-4}}} = -5$

③ $\frac{-4}{2} = \frac{\overset{-2}{\cancel{-4}}}{\underset{1}{\cancel{2}}} = -2$

(2) عند القسمة وكان المقام اكبر من البسط يكون الناتج = عدد كسري

① $\frac{2}{-4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{-4}}} = \frac{1}{-2}$ ② $\frac{10}{30} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{30}}} = \frac{1}{3}$

ملاحظة : للتميز بين الضرب بين الاشارات وبين الجمع او الطرح بين الاشارات

1) أذا يفصل بين الإشارتين رقم نجمع أو نطرح بين الاشارات

هذا الرقم يفصل بين الإشارتين

① $-1-2 = {}^{-}3$

② $-2+3=1$

2) **(أ)** أذا لم يفصل بين الإشارتين رقم يكون الناتج ضرب بين الإشارتين

لاحظ انه لا يفصل بينهما رقم فيكون ضرب الإشارتين

① $^{-}2 + {}^{-}2 = -2-2 = -4$

② $-3 - {}^{-}3 = -3+3 = 0$

(ب) أو أذا جاء إشارة خارج القوس وداخل القوس إشارة أخرى نقوم بضرب الإشارتين

① $-({}^{-}2) = +2$

② $-3({}^{-}5) = +15$

ملاحظة : عندما توجد إشارة سالب خارج القوس تدخل إشارة السالب على كل إشارة موجودة

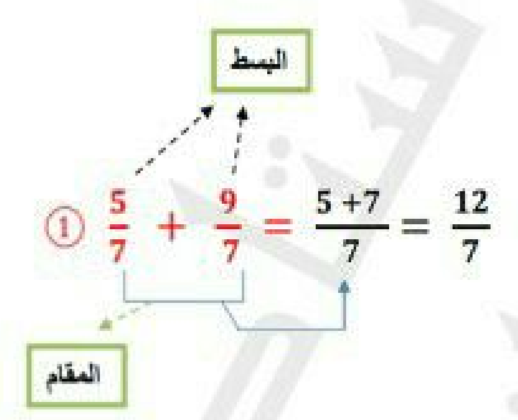
① $-(2X+2) = -2X-2$

② $-(3a+4m-3) = -3a-4m+3$

عملية الجمع والطرح بين الكسور

يعتبر موضوع الكسور من المواضيع الأساسية التي تدرس في المرحلة الابتدائية وللدلالة على أهميتها تكفي الإشارة إلى أن موضوع الكسور يدرس في المراحل الابتدائية بدءاً من الصف الرابع وحتى السادس.
وعلى الرغم ما حظى به موضوع الكسور في المراحل الابتدائية إلا انه لا يخفى على الكثير منا حقيقة كونه حجر عثرة وعائقا أمام الكثير من طلابنا , وبناء عليه ونظرا لأهميته سنحاول في هذه الوحدة لمس ومراجعة والتذكير ببعض النقاط الأساسية في موضوع الكسور

اولاً: جمع او طرح كسور ذات مقامات متشابهة
في عملية الجمع أو الطرح بين الكسور ذات المقامات المتشابهة , نأخذ احد المقامات المتشابه تجمع او تطرح البسوط



البسط
المقام

ثانياً : عند عملية الجمع او الطرح بين الكسور يجب ان تكون المقامات متشابه واذا كانت مختلفة نجعلها متشابه أما عن طريق الحالة العامة او طريق الحالة الخاصة

الحالة العامة

نقوم بعملية التوحيد بين المقامات المختلفة ولها حالتان

الحالة الاولى

أذا كان المقامات تقبل القسمة على الاخر بدون باقي نوحد على الرقم الكبير الذي في المقام

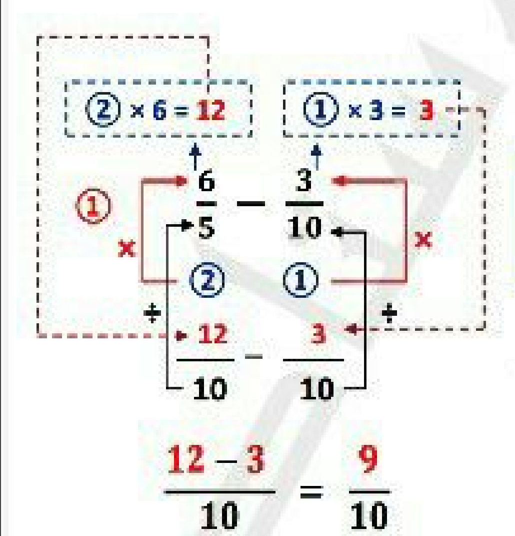
نذهب الى اكبر مقام ونشاهد هل يقبل القسمة على المقام الاخر , اذا قبل القسمة نوحد المقام علية

الخطوات لكيفه توحيد المقامات

اولاً : نقوم بتقسيم المقام الموحد على كل مقام في الكسر

ثانياً : الناتج من عملية التقسيم من كل مقام نضربه بالبسط الذي فوقه

ثالثاً : نقوم بعملية الطرح



نشاهد ان المقام 10 يقبل القسمة على المقام 5 وبدون باقي سوف نوحد على العدد 10

$$\frac{12-3}{10} = \frac{9}{10}$$

② $\frac{7}{3} + \frac{11}{6}$

② ①

$$\frac{14}{6} + \frac{11}{6} = \frac{14+11}{6} = \frac{25}{6}$$

الحالة الثانية

أذا اكبر مقام لا يقبل القسمة على المقام الاخر, نشاهد ما هو العامل المشترك بين المقامات اذا وجد نأخذ العامل المشترك ونجعله هو المقام الموحد

① $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$

④ ③

$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$

هنا العدد 5 و العدد 3 لا يقبل القسمة احدهم على الاخر نجد العامل المشترك الذي يكون بينهم , والعامل المشترك بينهم هو العدد 15
ونقوم نفس الخطوات لتوحيد المقامات

② $\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = \frac{1}{12}$

③ ②

2	4 ,6
2	2 , 3
3	1 , 3
	1 , 1

12

نقوم بعملية الضرب بين
العدد 2 × 2 × 3 = 12

الحالة الخاصة

وهي فرع من الحالة العامة نقوم بها للسرعة في الحل لكن الاصل هي الحالة العامة

ملاحظة

(أ) عند توحيد المقامات وكان المقامات اقل من العدد (10) بشرط ان يكون المقامان اولين فيما بينهما

يكون عددان صحيحان طبيعيان أولين فيما بينهما إذا كان قاسمهما المشترك هو العدد 1 , بمعنى أنهما لا يقبلان القسمة معاً أي عدد باستثناء العدد 1

(ب) عند عملية الجمع أو الطرح بين كسرين فقط نقوم بضرب المقامات ببعضهما ونضرب المقام الاول في البسط الثاني والمقام الثاني في البسط الاول في عملية وضرب وسطين في طرفين اذا حققت المقامات فقرة (أ)

① مثال : جد ناتج $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}$

عملية الضرب حسب ملاحظة (ب)

$$\frac{1}{5}+\frac{2}{3} = \frac{3}{15}+\frac{10}{15} = \frac{13}{15}$$

عملية الضرب حسب ملاحظة (أ)

② مثال: جد ناتج $\frac{1}{7}-\frac{2}{5}$

عملية الضرب حسب ملاحظة (ب)

$$\frac{1}{7}-\frac{2}{5} = \frac{1\times 5 - 7\times 2}{7\times 5} = \frac{5-14}{35} = \frac{-9}{35}$$

عملية الضرب حسب ملاحظة (أ)

ملاحظة

الحالة العامة

الخطوات لكيفه توحيد المقامات لأكثر من كسرين

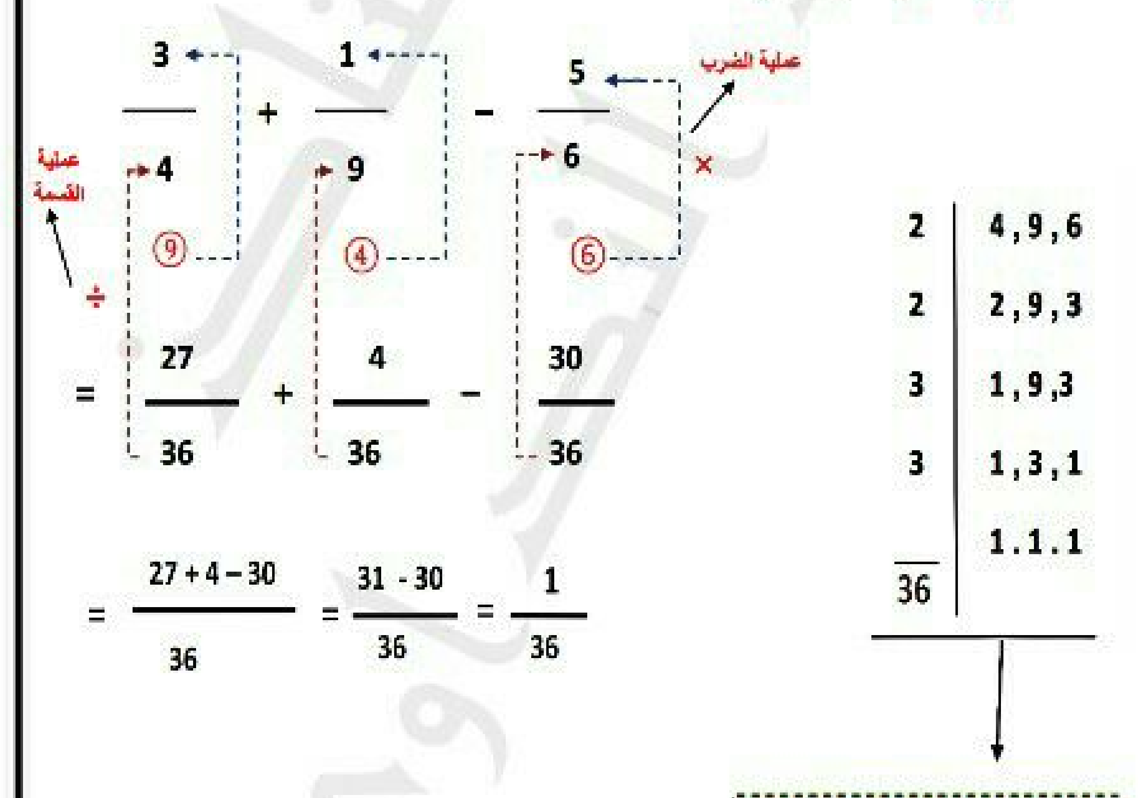
اولاً : نقوم بتحليل المقامات لكي نوحد المقامات

ثانياً : نقوم بتقسيم المقام الموحد على كل مقام في الكسور

ثالثاً : الناتج من عملية التقسيم من كل مقام نضربه بالبسط الذي فوقه

رابعاً : نقوم بعملية الجمع أو الطرح حسب السؤال

مثال : جد ناتج $\frac{3}{4}+\frac{1}{9}-\frac{5}{6}$



استاذ المادة: صفاء متعب

انتبه : لا تجمع أو تطرح بين المقامات عند الجمع أو الطرح

① $\frac{9}{7} + \frac{8}{7} = \frac{17}{14}$ ✗

خطأ لا يجوز الجمع بينهما بل نقوم بأخذ احدهما

② $\frac{9}{7} + \frac{8}{7} = \frac{17}{7}$ ✓

ملاحظة : يجوز الاختصار البسط الاول مع المقام الاول أو البسط الثاني مع المقام الثاني لتسهيل توحيد المقامات

① $\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} + \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{2 + 9}{3} = \frac{11}{3}$

انتبه :

لا يجوز الاختصار عند عملية الجمع او الطرح بين البسط الاول والمقام الثاني أو بين البسط الثاني والمقام الاول

ملاحظة

عند جمع عدد كسري مع عدد صحيح

هناك حالتان للحل ,حالة عامة وحالة خاصة

الحالة العامة

$$① \; 3 + \frac{2}{5} = \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{15+2}{5} = \frac{17}{5}$$

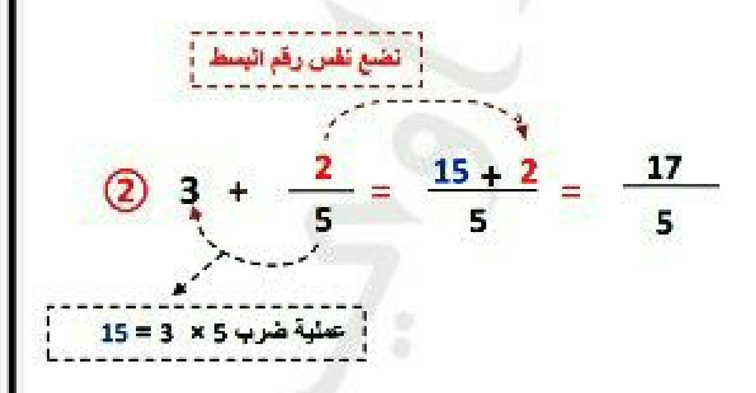
⑤ ①

الحالة الخاصة

تستخدم هذه الطريقة الحالة الخاصة للسرعة والسهول فانت مخير أي حالة تريد

خطوات الحل

1- نضع نفس المقام
2- نضع نفس الاشارة التي بين العددين سواء جمع أو طرح
3- نضع نفس بسط الكسر
4- نضرب المقام في العدد الصحيح ثم نجمعه أو نطرحه حسب الاشارة مع البسط



② $\frac{6}{5} - 3 = \frac{6 - 15}{5} = \frac{{}^{-}9}{5}$

نضع نفس رقم البسط

نضرب المقام بالبسط الثاني

نضع نفس رقم المقام

عملية الضرب بين الكسور

الخطوات : لحل عملية الضرب بين الكسور

اولاً : نختصر أذا وجدت الاختصار

(نختصر البسط الاول مع المقام الاول أو البسط الاول مع المقام الثاني أو البسط الثاني مع المقام الاول)

ثانياً : نضرب البسط بالبسط والمقام في المقام

① $\frac{10}{25} \times \frac{5}{4} = \frac{1}{2}$

② $\frac{16}{7} \times \frac{49}{8} = 14$

عملية القسمة بين الكسور

الخطوات الحل

أولاً: نقلب القسمة الى ضرب

ثانياً: نقلب البسط الى مقام والمقام الى بسط للكسر الذي خلف القسمة

① $\frac{11}{4} \div \frac{11}{8} = \frac{11}{4} \times \frac{8}{11}$ (اختصار: $4 \to 1$، $8 \to 2$)

تنبيه

لا يجوز الاختصار بين البسط والمقام اذا كان بين البسطين عملية جمع او طرح الاختصار يكون فقط في عملية الضرب

① $\frac{4 + 9}{2}$ (اختصار $4 \to 2$ و $2 \to 1$) ✗ ← هذا الاختصار بين العدد 4 والعدد 2 خطأ لأنه يكون بين العدد 9 وبين العدد 4 عملية جمع

① $\frac{4 + 9}{2} = \frac{13}{2}$ ✓ ← نجمع بين العدد 9 والعدد 4

ملاحظة

عندما يوجد كسرين وبينهما عملية يساوي عند الحل نقوم بعملية حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$\frac{X}{2} = \frac{5}{2} \longrightarrow 2X = 10 \longrightarrow \frac{2X}{2} = \frac{10}{2}$$

$X = 5$

$$\frac{4}{3} = \frac{4}{a} = 4a = 12 \longrightarrow \frac{4a}{4} = \frac{12}{4} = a = 3$$

ملاحظة :

عندما يوجد كسر والمقام هو عبارة عن كسر الثاني نقوم برفع الكسر الثاني وضربهُ مع البسط الاول مع قلب البسط الى مقام وقلب مقام الى بسط

① $$\frac{5}{\frac{25}{2}} = 5 \times \frac{2}{25} = \frac{2}{5}$$

قلب المقام إلى بسط وقلب البسط إلى مقام

② $$\frac{3}{\frac{4}{9}} = 3 \times \frac{9}{4} = \frac{3 \times 9}{4} = \frac{27}{4}$$

القيمة العددية للحدودية

المعادلة

لاستخراج قيمة اي متغير من المعادلة نتبع الخطوات التالية

أ : نتخلص اولاً من الرقم المجموع أو المطروح من المتغير ان وجد ونضعه خلف اليساوي مع تغير إشارة الرقم

ب : نتخلص ثانياً من الرقم المضروب في المتغير أن وجد وذلك عن طريق تقسيم على الرقم المضروب بالمتغير على الطرفين ثم نختصر الرقم المضروب في المتغير

مثال: جد ناتج $2X + 4 = 8$

ننقل الرقم (4) خلف يساوي مع تغير إشارة الرقم

$2X + 4 = 8$

نقوم بالتقسيم على العدد 2 للطرفين لأنه مضروب في المتغير X

$2X = 8 - 4 \longrightarrow 2X = 4 \longrightarrow \frac{2X}{2} = \frac{4}{2} = X = 2$

مثال: جد ناتج $3x = 9$

هنا نتخلص فقط من الرقم (3) المضروب في X بالتقسيم على (3) على للطرفين لأنه لا يوجد رقم مجموع أو مطروح من المتغير X

$3X = 9 \dashrightarrow \frac{3X}{3} = \frac{9}{3} \dashrightarrow X = 3$

مثال: جد ناتج $a - 5 = 10$

تتخلص من الرقم 5- المطروح من المتغير a فقط و ننقله بعد اليساوي مع تغير اشارة الرقم

$a - 5 = 10 \longrightarrow a = 10 + 5 \longrightarrow a = 15$

الجمع أو الطرح بين المتغيرات

ملاحظة: لا يجوز الجمع أو الطرح بين المتغيرات المختلفة نجمع ونطرح بين المتغيرات المتشابه

ملاحظة :

عند الجمع أو الطرح بين المتغيرات المتشابه نأخذ احد المتغيرات ثم نجمع أو نطرح بين معامل المتغيرات

مثال / جد ناتج ما يأتي

معامل المتغير — المتغير

① $2h + 3h = (2+3)h = 5h$

② $3k + 6h + 8h - 2k = 3k - 2k + 6h + 8h = k + 14h$

لا نجمع بين معامل الحرف k ومعامل الحرف h لأنه المتغيرات غير متشابه

العامل المشترك

العامل المشترك :
- الرقم
- الحرف
- الرقم والحرف

الرقم

هو استخراج أصغر رقم من الحدوديات بشرط تقبل جميع الحدود القسمة علية بدون باقي , أو استخراج رقم من عندنا باقي الحدود القسمة علية

مثال / حل ما يأتي

نستخرج رقم 2 عامل مشترك لأنه اصغر رقم في الحدوديات لأنه جميع الحدود تقبل القسمة عليه بدون باقي

① $2n + 8y$ ← الحل → $2(n + 4y)$

② $15x + 3m \rightarrow 3(5x + m)$

③ $6a^2 - 27a + 9 \rightarrow 3(2a^2 - 9a + 3)$

استخراج رقم 3 من عندنا لأنه جميع الحدود تقبل القسمة عليه بدون باقي

④ $5n^3 + 10n^2 - 5 \rightarrow 5(n^3 - 2n^2 - 1)$

أذا استخرجنا العامل المشترك وكان العامل المشترك وحده لا يوجد معه متغير أو رقم باقي من القسمة نضع مكانه رقم 1

الحرف

هو استخراج المتغير المرفوع الى اصغر اس بشرط بحيث ان يكون موجود في جميع الحدود

مثال / حلل الحدودية الأتية

استخراج الحرف x من باقي الحدود لأنه اصغر حرف جميع الحدود تقبل الطرح عليه

① $2X^2 + 3X = 2XX + 3X = X\left(2X + 3\right)$

$X^2 = X \times X$

هذه للتوضيح فقط اذا لم تكتب لا تؤثر على الحل فقط للتوضيح

لا نستخرج الحرف a لأنه لا يوجد الحرف a في الحد الاول

② $X^5 + a^2X^4 - aX^3 = X^3X^2 + a^2X^3X - aX^3 = X^3\left(X^2 + a^2X + a\right)$

③ $4m^{10} - 3bm^7 + m^5 = m^5\left(4m^5 - 3bm^2 + 1\right)$

الرقم والحرف

هو استخراج أصغر رقم وحرف من الحدوديات بشرط يحقق شرط الرقم وشرط الحرف

① $2h^4 + 4h^3 = 2h^3\left(h + 2\right)$

② $16k^5 - 4k^3 + 8k = 4k\left(4k^4 - k^2 + 2\right)$

الفرق بين مربعين

لحل الفرق بين المربعين يجب ان تحقق اربعة شروط جميعها

الشرط الاول : ان يكون من حدين

الشرط الثاني : ان تكون الإشارة بينهما سالب دائماً

الشرط الثالث : ان يكون الحد الأول له جذر تربيعي

الشرط الرابع : ان يكون الحد الثاني له جذر تربيعي

ملاحظة : في الحل لا يحتاج كتابة الشروط

أذا تحققت شروط الفرق بين مربعين يكون الحل

توزيع الجذور يكون بالتساوي على الاقواس

(√الحد الاول + √الحد الثاني) (√الحد الاول - √الحد الثاني)

مثال : حلل ما يأتي

① $9x^2 - h^2 = \sqrt{9X^2} - \sqrt{h^2} = (3x - h)(3x - h)$

للتوضيح فقط

② $a^2 - 81 = (a - 9)(a + 9)$

③ $36t^4 - 49 = (6t^2 - 7)(6t^2 + 6)$

④ $25q^2 + 100 =$ → لا يحل فرق بين مربعين لانه يوجد إشارة + موجب ويجب ان تكون إشارة – سالب



مجموع فرق مكعبين

لحل الفرق مجموع مكعبين يجب تحقيق ثلاثة شروط

الشرط الاول : ان يكون من حدين

الشرط الثاني : ان يكون الحد الأول له جذر تكعيبي

الشرط الثالث : ان يكون الحد الثاني له جذر تكعيبي

ملاحظة : في الحل لا يحتاج كتابة الشروط

ملاحظة : لا يهم اي شارة كانت بين الحدين سواء سالب أو موجب

أذا تحققت الشروط يكون الحل

$$\left(\sqrt[3]{\text{الجذر الاول}} \mp \sqrt[3]{\text{الجذر الثاني}}\right)\left(\left(\text{الحد الأول}\right)^2 \pm \text{الحد الثاني} \times \text{الحد الأول} + \left(\text{الحد الثاني}\right)^2\right)$$

الإشارة بينهما حسب الإشارة الوسط في السؤال

عكس إشارة القوس الأول

دائماً موجب

توضيح طريقة الحل

1- الحد الأول نجد له جذر تكعيبي

2- الحد الثاني نجدُ لهُ جذر تكعيبي

الإشارة بينهما حسب الإشارة الوسط في السؤال

هذا في القوس الأول صغير

3- نقوم تربيع الحد الأول ثم أضع بعده عكس إشارة الوسط

4- نقوم بضرب الحد الأول في الحد الثاني وبعدها نضع إشارة الموجب دائماً

5- نقوم بتربيع الحد الثاني

هذا في القوس الكبير

ملاحظة : القوس الثاني يُحل من القوس الأول

مثال / حل الحدودية الأتية :

① $8x^3 + 27 =$

$$\left(\sqrt[3]{8x^3} + \sqrt[3]{27}\right)\left((2x)^2 - (2x)(3) + (3)^2\right)$$

هذا للتوضيح فقط يجوز الانتقال مباشرة الى الخطوة الثانية

$$(2X + 3)(4x^2 - 6x + 9)$$

② $X^3 - h^3 =$

$$(X - h)(X^2 + xh + h^2)$$

③ $27a^3 + 64b^3 =$

مربع الحدانية

مربع الحدانية

يعرف عن طريق قوس مرفع الى تربيع وداخل القوس حدين بينهما عملية جمع أو طرح

القانون : مربع الحد الأول $\pm$ 2 الاول × الثاني + مربع الحد الثاني

تربيع الحد الأول

ضرب العدد (2) في الحد الأول في الحد الثاني

تربيع الحد الثاني

① $(2x + h)^2 = (2x)^2 + 2(2x)h + (h)^2$

$= 4x^2 + 4xh + h^2$

تكون هذه الإشارة موجب دائماً

② $(3a - 4b)^2 = 9a^2 - 12ab + 16b^2$

③ $(5k + r)^2 = 25k^2 + 10kr + r^2$

التجربة

التجربة

هي تتكون من ثلاثة حدود $ax^2 \pm bx \pm c$

طريقة الحل :

1- نضع قوسين ونضع في القوس الأول إشارة الحد الوسط ونضرب إشارة الوسط في إشارة الحد الأخير ونضعها في القوس الثاني

2- نضع جذر الحد الأول في بداية كل قوس

3- نحلل الحد الاخير (المطلق) كحاصل ضرب عاملين ونأخذ العاملين الذين يكون حاصل جمعهما يساوي الحد الوسط

مثال / حلل الحدودية الأتية

① $x^2 + 7x + 12$

$(x + 4)(x + 3)$

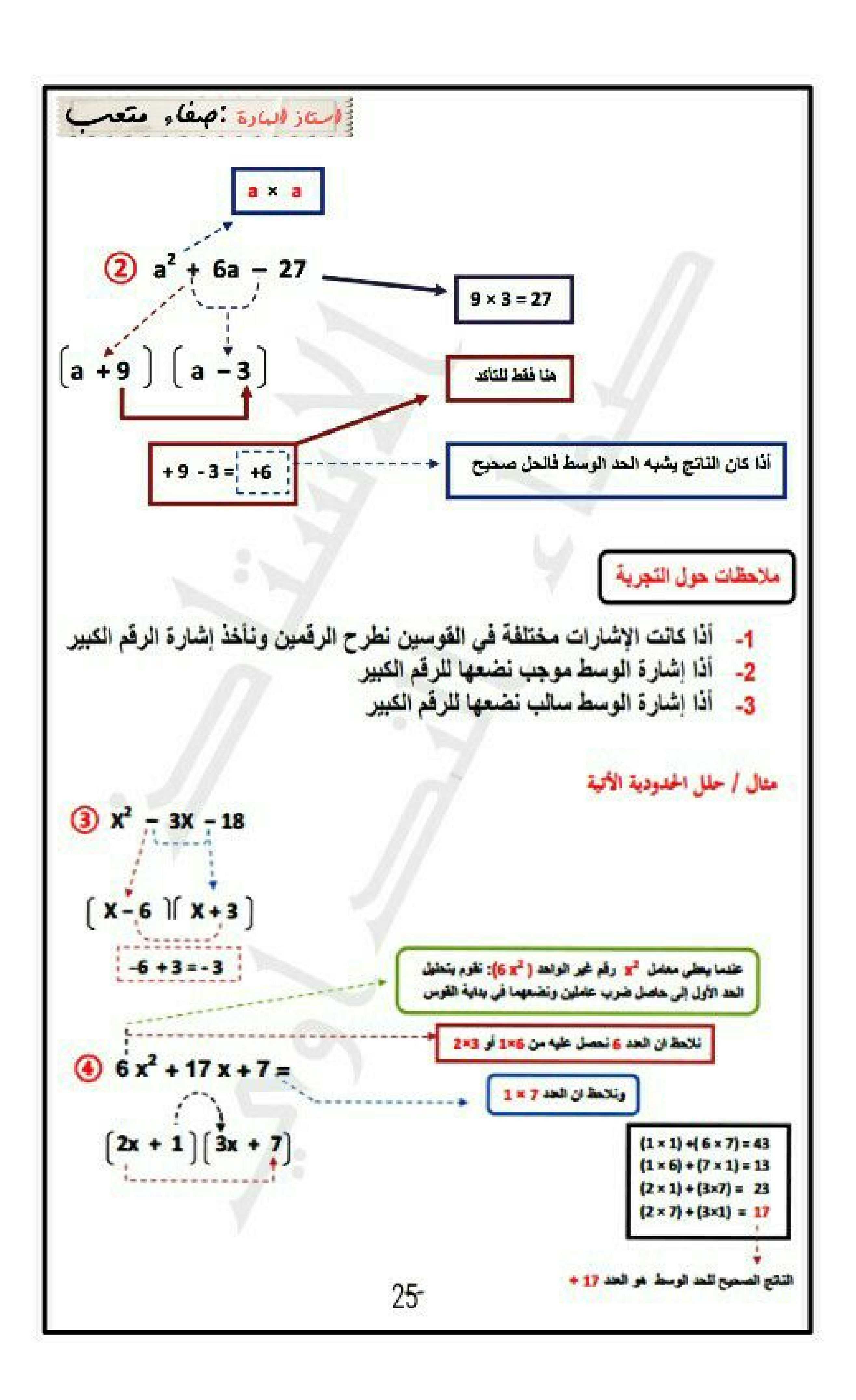
يكتب للحد 12 بعملية ضرب عاملين

$1 \times 12 = 12 \longrightarrow 1 + 12 = 12$

$2 \times 6 = 12 \longrightarrow 2 + 6 = 8$

$3 \times 4 = 12 \longrightarrow 3 + 4 = 7$

للتحقق اي ناتج صحيح نجمع حاصل ضرب العاملين أذا كانت ناتجهما يساوي الحد الوسط $7x$ يكون هو الناتج



ملاحظات حول التجربة

1- أذا كانت الإشارات مختلفة في القوسين نطرح الرقمين ونأخذ إشارة الرقم الكبير
2- أذا إشارة الوسط موجب نضعها للرقم الكبير
3- أذا إشارة الوسط سالب نضعها للرقم الكبير

مثال / حلل الحدودية الأتية

الأسس

الأسس

x^2

الأس

الأساس

القاعدة الأولى : قاعدة الضرب

$$a^n \; a^m = a^{n+m}$$

ملاحظة : عند الضرب تجمع الاس بشرط ان تكون الاساسات متشابه

① $a^2 \times a^4 \times a^5 = a^{2+4+5} = a^{11}$

② $5^6 \times 5^3 \times 5^2 \times 5 = 5^{6+3+2+1} = 5^{15}$

③ $h^3 \times h^5 = h^{3+5} = h^8$

ملاحظة :كل أساس غير مرفوع لرقم يكون عدد الأس = 1

$3 = 3^1$, $5 = 5^1$, $100 = 100^1$

⑤ $a^3 \times m^4 = a^3 \times m^4$

لا يجوز تطبيق القاعدة أعلاه أذا كانت الأساسات مختلفة

القاعدة الثانية : قاعدة القسمة

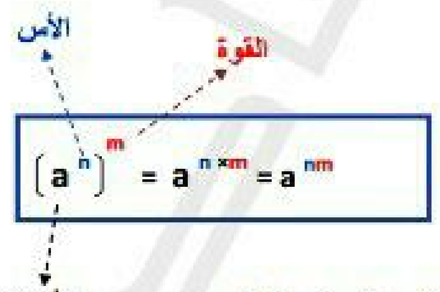
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$$

ملاحظة : عند القسمة نطرح الاس بشرط ان تكون الاساسات متشابه

① $\frac{b^4}{b^2} = b^{4-2} = b^2$

② $\frac{5^{14}}{5^8} = 5^{14-8} = 5^6$

القاعدة الثالثة : قاعدة الرفع



$$(a^n)^m = a^{n\times m} = a^{nm}$$

ملاحظة : أذا جاء الأساس مرفوع إلى الأس والكل مرفوع إلى قوة نضرب الأس في القوة

مثال :

① $(k^5)^2 = k^{5\times 2} = k^{10}$

② $(11^4)^6 = 11^{4\times 6} = 11^{24}$

القاعدة الثالثة : قاعدة التوزيع

أ- أذا جاء اكثر من أساس والكل مرفوع الى أس نوزع الأس على كل أساس

$$(ab)^n = a^n b^n$$

مثال : بسط ما يأتي

① $(5h)^3 = 5^3 h^3$ ② $(2ma)^2 = 2^2 m^2 a^2$

ب- أذا جاء كسر ومرفوع الى أس نوزع الأس على البسط والمقام

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

① $\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2^5}$ ② $\left(\frac{a}{n}\right)^2 = \frac{a^2}{n^2}$

الأس يتوزع على عمليتي الضرب والقسمة ولا يتوزع على عمليتي الجمع والطرح

① $(2 \times a)^2 = 2^2 \times a^2 = 4a^2$

② $(2 \pm a)^2 \neq 2^2 \pm a^2$ ------------> الأس لا يتوزع , لكن نقوم بعملية المربع الكامل

استاذ المادة :صفاء متعب

خواص للأسس

اولاً : كل أساس مرفوع إلى أس صفر = 1

① $2^0 = 1$ ② $(156)^0 = 1$ ③ $h^0 = 1$ ④ $(kd)^0 = 1$

ثانياً : اذا جاء اساس مرفوع إلى أس سالب نغيرة موجب وهو على حالتان

أ- اذا كان الأساس في البسط وأسه سالب نضع الأساس وأسه في المقام مع تغير إشارة الاس إلى موجب

ب- اذا كان الأساس في المقام وأسه سالب نضع الأساس في البسط مع تغير إشارة الأس إلى موجب

مثال / بسط ما يأتي

① $2^{-2} = \frac{1}{2^2}$ ② $2n^{-3} = \frac{2}{n^3}$ ③ $\frac{5^{-2}}{3^{-3}} = \frac{3^3}{5^2}$

④ $\frac{1}{3^{-7}} = 1 \times 3^7 = 3^7$ ⑤ $\frac{2}{a^{-1}} = 2 \times a = 2a$

ثالثاً : كل أساس سالب وأسه مرفوع إلى عدد زوجي تغير إشارة السالب إلى موجب

① $(-3)^4 = 3^4$ ② $(-6)^2 = 6^2$ ③ $(-4)^8 = 4^8$

④ $(-3)^3 = -3^3$

لم تتغير إشارة الاساس لأنه الإشارة الأس فردي

ملاحظة :

عندما يعطي أساس مرفوع لأس نقول ان الاساس بضروب بنفسه بقدر عدد الأس مثلاً اساس مرفوع لأس 2 نقول الاساس مضروب بنفسه مرتان أو اساس مرفوع لأس 3 نقول ان الاساس مضروب بنفسه ثلاث مرات وهكذا

① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

② $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

③ $10^2 = 10 \times 10 = 100$

④ $(5b)^3 = 5^3 \times b^3 = 125 b^3$

⑥ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

ملاحظة :

لا يجوز نقول ان 4^3 يساوي 12 لأنه خطأ لا نضرب العدد 4 × 3 خطأ بل نقول ان العدد 4 مضروب بنفسه ثلاث مرات ويساوي 64 وليس 12

ملاحظة

للتميز كيف الضرب بين الأساسات المتشابه هي وأسها وكيف الجمع أو الطرح بين الأساسات المتشابه هي وأسها

① $k^5 \times K^5 = k^{5+5} = k^{10}$ ← هنا نجمع الأس لان الاساسات متشابه والعملية بينهم هي عملية ضرب نطبق قاعدة : عند الضرب نجمع الاس

② $k^5 + k^5 = (1+1)k^5 = 2k^5$ ← هنا نجمع المتغيرات لان عملية جمع عوامل

③ $h \times h = h^{1+1} = h^2$ ← هنا نجمع الأس لان عملية الضرب

④ $h - h = (1-1)h = 0h = 0$ ← هنا نجمع العوامل لان عملية طرح

ملاحظة :

طريقة حل المعادلة تحوي متغير في الأساس أو الاس او ....

اما تساوي الأسس او الاساسات

إذا تساوت الأسس تساوت الأساسات (بشرط الأس لا يساوي **صفر**)

هنا تساوت الأسس اذاً تساوت الأساسات

① $X^5 = 32 \longrightarrow X^5 = 2^5 \longrightarrow X = 2$

نحاول ان نجعل العدد 32 = اس المتغير X وهو العدد 5

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2^5

نأخذ للطرفين الجذر التربيعي

② $X^{12} = 64 \rightarrow X^{2^6} = 2^6 \rightarrow X^{2^6} = 2^6 \rightarrow X^2 = 2 \rightarrow X = \sqrt{2}$

③ $3^X = 81 \rightarrow 3^X = 3^4 \rightarrow X = 4$

نحاول ان نجعل العدد 81 = اس المتغير X وهو العدد 3

ملاحظات حول الجذور تحتاج اليها في الحل :

اولاً : $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

① $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

② $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$

③ $6 = \sqrt{6} \times \sqrt{6}$

④ $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

⑤ $\frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}\,\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}}$

ثانياً : $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} = a$

① $\sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{6} = 6$

ثالثاً : $\sqrt[n]{a^b} = a^{\frac{b}{n}}$

عند تحويل الجذر إلى أساس مرفوع إلى أس = (الاساس) $^{\frac{\text{الداخل}}{\text{الخارج}}}$

① $\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$

② $\sqrt{4^6} = 4^{\frac{6}{2}} = 4^3 = 64$

رابعاً : $a \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$

① $5 \times \sqrt{7} = 5 \times 1\ \sqrt{7} = 5\sqrt{7}$

عند ضرب رقم في جذر نضرب الرقم في العدد الذي أمام الجذر ولا يضرب بالرقم الذي داخل بالجذر

② $11 \times 2\sqrt{2} = 22\sqrt{2}$

خامساً : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

① $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = 35$

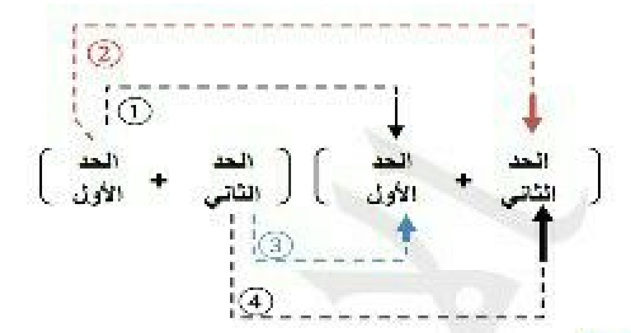
سادساً : $(\sqrt{a})^2 = a$

اذا جاء جذر مرفوع للعدد تربيعي , فأن العدد التربيعي يحذف الجذر ويبقى فقط العدد الذي داخل الجذر

① $(\sqrt{5})^2 = 5$

② $(\sqrt{13})^2 = 13$

ضرب الحدود الجبرية



الخطوات لحل ضرب الحدود الجبرية

① الحد الأول من القوس الأول × الحد الأول من القوس الثاني

② الحد الأول من القوس ألأول × الحد الثاني من القوس الثاني

③ الحد الثاني من القوس الأول × الحد ألأول من القوس الثاني

④ الحد الثاني من القوس الأول × الحد الثاني من القوس الثاني

① $(a + 5)(a + 2) = (a \times a) + (2a) + (5a) + (5)(2) = a^2 + 7a + 10$

② $(2b + 3c)(b - 2c) = 2b^2 - 4bc + 3bc - 6c^2 = 2b^2 - bc - 6c^2$

عمليات بسيطة حول عملية الضرب بين عدد الاحاد

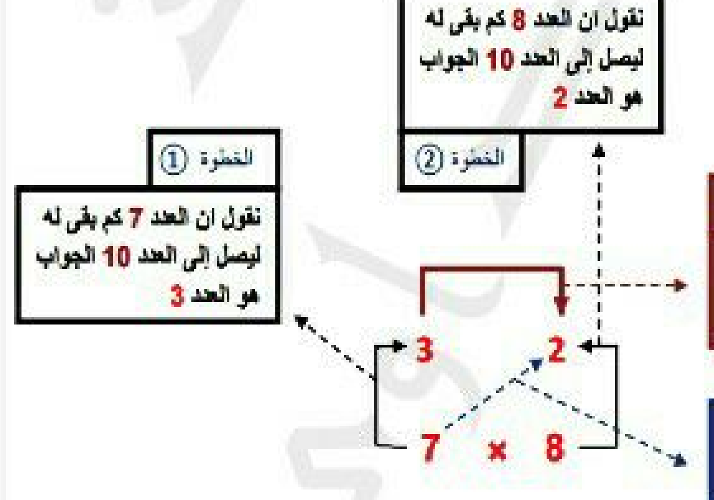
طريقة الضرب بين الاحاد

الخطوات لحل الضرب بين الاحاد

1- العدد الاول نقول كم بقى له ويصل إلى العدد 10 = الناتج الاول
2- العدد الثاني نقول كم بقى له ويصل إلى العدد 10 = الناتج الثاني
3- نطرح العدد الاول من الناتج الثاني أو نطرح العدد الثاني من الناتج الاول ونضع الناتج خلف اليساوي
4- نضرب الناتج الأول × الناتج الثاني ونضع الناتج بعد ناتج عملية الطرح أعلاه

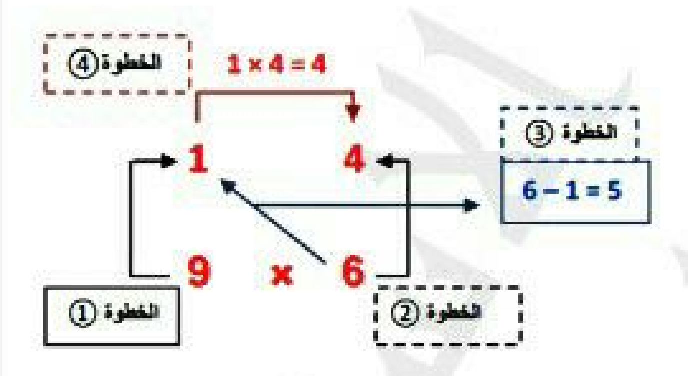
سوف نوضح في المثال حتى يتضح الخطوات

① 7 × 8 =



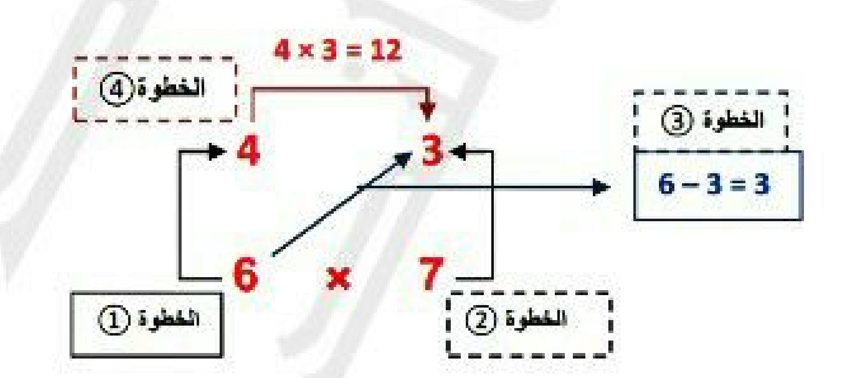
7 × 8 = 56

② 9 × 6 =



9 × 6 = 54

③ 6 × 7 =



6 × 7 = 32 (+1)

6 × 7 = 42

الناتج من عملية الضرب = 12 نضع العدد 2 بجانب العدد 3 ثم نجمع العدد 1 مع العدد 3 ويصبح = 4

طريقة سهلة لضرب ارقام اكبر من العدد (10) وأصغر من (20)

خطوات الحل : يكون الناتج ثلاث مراتب

أولاً: نضرب الاحاد × الاحاد ونضعة في مرتبة الاحاد واذا كان ناتج الضرب رقمين نضع واحد في الاحاد والاخر في العشرات

ثانياً: نجمع الاحاد + الاحاد ونجمعه مع الرقم الذي في العشرات

ثالثاً: نأخذ رقم 1 من العشرات ونضعه في المئات

① 11 × 12 = 132

$1 \times 2 = 2$

$1 + 2 = 3$

② 13 × 17 = 221

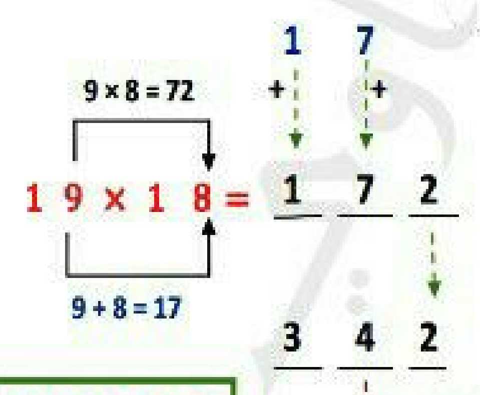
$3 \times 7 = 21$

$3 + 7 = 10$

1 2 1 → 2 2 1

13 ×17 = 221

③ 19 × 18 =



1 7 2 → 3 4 2

الناتج من عملية جمع 7 + 7 = 14 نضع العدد 4 بجانب العدد 2 الذي في الاحاد والعدد 1 نجمعه مع العدد الذي في المئات ويصبح = 3

19 ×18 = 342

ضرب أي عدد في العدد 5

خطوات الحل :

1- نقوم بتقسيم العدد المضروب في (5) على العدد (2)
2- نضيف العدد صفر بجان الناتج من القسمة على العدد (2)

نضيف العدد صفر (0) بجانب العدد 3

① $6 \times 5 = 30$

نقسم العدد 6 على العدد 2 = 3

نضيف العدد صفر (0) بجانب العدد 3

② $70 \times 5 = 350$

نقسم العدد 70 على العدد 2 = 35

نضيف العدد صفر (0) بجانب العدد 3

③ $120 \times 5 = 600$

نقسم العدد 120 على العدد 2 = 60

④ $624 \times 5 = 3120$

عند تربيع أي عدد نهايته رقم 5

خطوات الحل :

اولاً : نقوم بضرب العدد الذي بجانب العدد 5 بالعدد الذي بعده

ثانياً : نربع العدد 5 ونضعه بجان العدد الذي تم ضربه من النقطة اعلاه



3 يأتي بعده العدد 4 نضرب العدد 3 × 4 = 12

تربيع العدد 5 = 25

② $(65)^2 = 42\,25$

6 يأتي بعده العدد 7 نضرب العدد 6 × 7 = 42

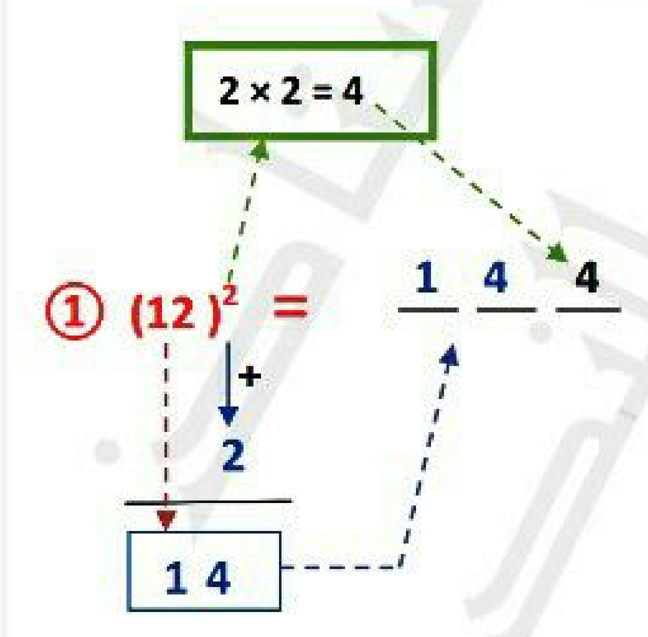
أسرع طريقة لحساب مربع الأعداد من 10 إلى 19

خطوات الحل :

اولاً: نحدد ان الناتج يكون ثلاث مراتب

ثانياً: نأخذ عدد الأحاد ونجمعهُ مع نفسهُ ثم نضعهُ مع عدد العشرات ونضيفهُ في المرتبة الاولى والثانية

ثالثاً: نربع العدد الاحاد ثم نضيفه في المرتبة الاخيرة





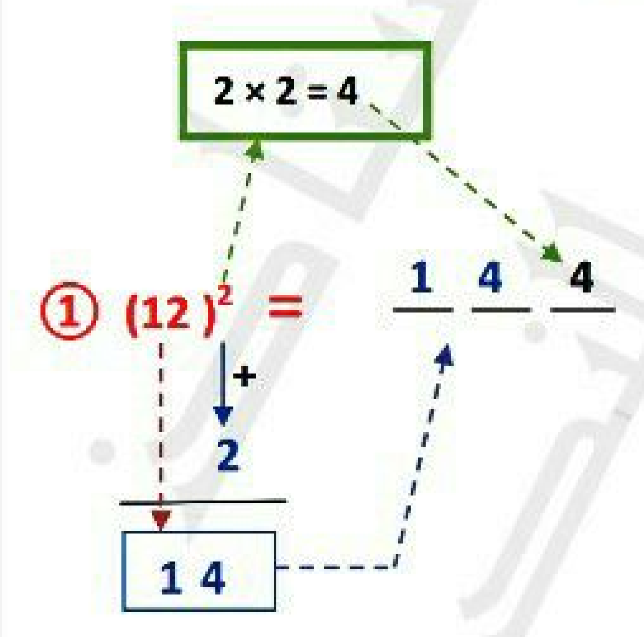
أسرع طريقة لحساب مربع الأعداد من 10 إلى 19

خطوات الحل :

اولاً: نحدد ان الناتج يكون ثلاث مراتب

ثانياً: نأخذ عدد الأحاد ونجمعهُ مع نفسهُ ثم نضعهُ مع عدد العشرات ونضيفهُ في المرتبة الاولى والثانية

ثالثاً: نربع العدد الاحاد ثم نضيفه في المرتبة الاخيرة





هناك غير طريقة لحساب تربيع أي عددين من 10 الى 31

هذه طريقة هي مربع الحدانية

خطوات الحل :

أولاً : يكون الناتج ثلاث مراتب
ثانياً: نربع عدد العشرات ونضعه في مرتبة **المئات**
ثالثاً: نربع عدد الاحاد ونضعه في مرتبة **الاحاد**
رابعاً: نضرب 2 × عدد العشرات × عدد الاحاد ونضعه في مرتبة **العشرات**

① $(29)^2 =$

4	8	1
8	4	1

الخطوة ③ نربع العدد 9 = 81

الخطوة ④ 36

الخطوة ③ نضرب 2 × 2 × 9 = 36

الخطوة ① نربع العدد 2 = 4 ونضعه في مرتبة المئات

الناتج النهائي $841 = (29)^2$

② $(27)^2 =$

4	4	9
7	2	9

الخطوة ② نربع العدد 7 = 49

الخطوة ④ 28

الخطوة ③ نضرب 2 × 2 × 7 = 28

الخطوة ① نربع العدد 2 = 4 ونضعه في مرتبة المئات

الناتج النهائي $729 = (27)^2$

هناك طريقة لحساب تربيع أي عددين من 31 الى 99

نفس الخطوات السابقة الفرق هو ان الناتج أربع مراتب

الخطوة ② نربع العدد 4 = 16

الخطوة ④ 4 8

الناتج $4096 = (64)^2$

① $(66)^2$ = 3 6 1 6

4 0 9 6

الخطوة ③ نضرب 2 × 6 × 4 = 48

الخطوة ① نربع العدد 6 = 36 ونضعه في مرتبة المئات

ملاحظات

عندما نجمع أي عددين ويكون في الاحاد والعشرات نضيف العشرات الى المرتبة التيلة كما في الخطوة 4

في الممارسة سيكون الأمر سهل في الحل ولا يحتاج كتابة هذه الخطوات يكون الحل مباشرةً

تمت بحمد الله تعالى

النسخة الاولى







مــن اللّــہ التوفيق